

Урок 7

Тема . Розв'язування систем лінійних рівнянь методом підстановки.

Перевірка домашнього завдання:

№ 1121. 1) ні; 2) так; 3) ні.

№ 1124. 1) $(-4; 2)$; 2) $(0; -2)$; 3) $(3; 1)$; 4) $(-2; -1)$.

На попередньому уроці ви опанували один з трьох способів розв'язування систем лінійних рівнянь з двома змінними. Але графічний спосіб не завжди може бути ефективним. Наприклад, розв'яжіть графічно систему рівнянь:

$$\begin{cases} 35x - 27y = 231, \\ 7x + 12y = 49. \end{cases}$$

Застосувавши відомий алгоритм, ми маємо виразити одну змінну через іншу. Одразу маємо проблему:

$$\left(y = \frac{35}{27}x - \frac{231}{27} \right)$$

Побудова або буде неточною, або точку перетину за відповідного масштабу знайти буде нелегко (дуже велика координатна площина). Тому виникає необхідність знайомства з іншим (окрім графічного) способом розв'язування систем рівнянь, які б подолали цю проблему. І сьогодні ви сформуєте навички розв'язування систем способом підстановки.

Почнемо ми з виконання усних вправ.

1. Виразіть змінну x через змінну y в рівнянні:

а) $x + y = 5$; б) $2x + 6y = 8$; в) $y - x = -3$; г) $x - y = 0$.

2. Виразіть змінну y через змінну x в рівнянні:

а) $x + y = 0$; б) $2x - y = 8$; в) $y - x = -3$; г) $x - 0,5 = 0$.

3. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{1}{2}a - 6 = 0$; 2) $\frac{x}{6} = \frac{1}{2}$; 3) $0,5y = -10$;

4) $\frac{x}{9} = 0$; 5) $0 \cdot x = 4$.

Вивчення нового матеріалу.

Розв'яжемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} x + y = 6, \\ 3x - 5y = 2. \end{cases} (1)$$

Виразимо з першого рівняння y через x : $y = 6 - x$.

Підставимо вдруге рівняння системи замість y вираз $6 - x$, дістанемо систему:

$$\begin{cases} y = 6 - x, \\ 3x - 5(6 - x) = 2. \end{cases} (2)$$

У системі (2) друге рівняння містить тільки одну змінну. Розв'яжемо це рівняння.

$$\begin{cases} y = 6 - x, \\ 3x - 30 + 5x = 2; \end{cases} \begin{cases} y = 6 - x, \\ 8x = 32; \end{cases} \begin{cases} y = 6 - x, \\ x = 4. \end{cases}$$

Відповідне значення y можна знайти, підставивши в перше рівняння останньої системи число 4 замість x :

$$\begin{cases} y = 6 - 4, \\ x = 4; \end{cases} \begin{cases} x = 4, \\ y = 2. \end{cases}$$

Отже, пара $(4; 2)$ – розв'язок системи (1). Відповідь: $(4; 2)$.

Спосіб, за допомогою якого ми розв'язали систему (1), називається способом підстановки.

Розв'язування системи лінійних рівнянь із двома змінними способом підстановки	
Алгоритм	Приклад:
1. Виразіть з якого-небудь одного рівняння системи одну змінну через іншу	$\begin{cases} 2x + y = 3, \\ 3x - 2y = 8. \end{cases}$ <p>1. З першого рівняння виразимо через x: $y = 3 - 2x$</p>
2. Підставте в інше рівняння системи замість цієї змінної здобутий вираз	<p>2. Підставимо в друге рівняння системи замість y вираз $3 - 2x$, дістаємо систему:</p> $\begin{cases} y = 3 - 2x, \\ 3x - 2(3 - 2x) = 8. \end{cases}$
3. Розв'яжіть здобуте рівняння з одним невідомим	<p>3. Розв'яжемо рівняння: $3x - 2(3 - 2x) = 8; 3x - 6 + 4x = 8;$ $7x = 14; x = 2$</p>
4. Знайдіть відповідне значення іншої змінної	<p>4. Знайдемо з рівняння $y = 3 - 2x$ значення y при $x = 2$:</p>

$$y = 3 - 2 \cdot 2 = -1.$$

Відповідь. (2; -1)

Способом підстановки зручно користуватися тоді, коли хоча б один з коефіцієнтів при змінних x і y дорівнює 1 (або -1). Саме змінну з цим коефіцієнтом і слід виражати через іншу.

Покажемо застосування способу підстановки ще на декількох прикладах.

Прокоментуйте, використовуючи алгоритм, хід розв'язання системи:

$$\begin{cases} x + y = 4, \\ 4x - y = 1; \end{cases} \begin{cases} y = 4 - x, \\ 4x - (4 - x) = 1; \end{cases} \begin{cases} y = 4 - x, \\ 4x - 4 + x = 1; \end{cases} \begin{cases} y = 4 - x, \\ 5x = 5; \end{cases} \begin{cases} y = 4 - x, \\ x = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1, \\ y = 3. \end{cases}$$

Відповідь. (1; 3).

Приклад розв'язання:

Виразимо y через x

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - (2x + 4) = 1; \end{cases}$$

Підставимо

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ x = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 6, \\ x = 1. \end{cases}$$

Розв'яжемо рівняння

$$\begin{aligned} 7x - 2x - 4 &= 1; \\ 5x &= 5; \\ \underline{x} &= 1; \end{aligned}$$

Підставимо

Відповідь: (1; 6).

Закріплення нових знань і вмінь

Письмові завдання.

Використовуючи вище наданий алгоритм та приклади, розв'яжіть системи рівнянь самостійно, а потім перевірте себе.

$$1) \begin{cases} 2x - 3y = 3, \\ x = 2 + y; \end{cases}$$

Розв'язання:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 3, \\ x = 2 + y; \end{cases} \begin{cases} 2(2 + y) - 3y = 3, \\ x = 2 + y; \end{cases} \begin{cases} 4 + 2y - 3y = 3, \\ x = 2 + y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y = -1, \\ x = 2 + y; \end{cases} \begin{cases} y = 1, \\ x = 2 + 1; \end{cases} \begin{cases} y = 1, \\ x = 3; \end{cases}$$

Відповідь: (3;1).

$$2) \begin{cases} u = 1 + 3v, \\ 2u + v = 9; \end{cases}$$

Розв'язання:

$$\begin{cases} u = 1 + 3v, \\ 2u + v = 9; \end{cases} \begin{cases} u = 1 + 3v, \\ 2(1 + 3v) + v = 9; \end{cases} \begin{cases} u = 1 + 3v, \\ 2 + 6v + v = 9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = 1 + 3v, \\ 7v = 7; \end{cases} \begin{cases} u = 1 + 3 \cdot 1, \\ v = 1; \end{cases} \begin{cases} u = 4, \\ v = 1. \end{cases}$$

Відповідь: (4;1).

$$3) \begin{cases} 7s + 2t = 3, \\ 5s - t = 7; \end{cases}$$

Розв'язання:

$$\begin{cases} 7s + 2t = 3, \\ 5s - t = 7; \end{cases} \begin{cases} 7s + 2t = 3, \\ t = 5s - 7; \end{cases} \begin{cases} 7s + 2(5s - 7) = 3, \\ t = 5s - 7; \end{cases} \begin{cases} 7s + 10s - 14 = 3, \\ t = 5s - 7; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 17s = 17, \\ t = 5s - 7; \end{cases} \begin{cases} s = 1, \\ t = 5 \cdot 1 - 7; \end{cases} \begin{cases} s = 1, \\ t = -2. \end{cases}$$

Відповідь: (1; -2).

Домашнє завдання: Розв'язати методом підстановки № 1149 (1–4), повторити графічний метод та розв'язати ним № 1123 (1–3). Підручник Алгебра 7 клас А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір, 2020.